宏观量子纠缠态的量子增强效应

匡一中[1]，梁厚昆[1]，李阳[1]

[1]四川大学电子信息学院，四川 610064；

摘 要 原子系统有反射对称，有宇称，原子受激辐射，经平行平面谐振腔放大，可以产生宏观光子纠缠态[4]。

$|\Phi^{I}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2NR_K, 0> + |0, 2NL_{-K}>\}$ （a）

$|\Phi^{II}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2NL_K, 0> + |0, 2NR_{-K}>\}$ （b）

（a）（b）是有确定宇称，总动量为零，确定能量，确定角动量的 2N 光子的量子纠缠态。观测（a）（b）在时间、空间位置具有不确定性、随机性。根据海森堡测不准原理，其能量（频率）、动量完全确定。测量精度可以达到海森堡量子极限，具有量子 2N 增强效应（2N 为纠缠光子数）。

通过实验测量$|\Phi^{I}_{2N}\rangle$的几率分布P_{2N}（t），以及它的傅里叶变换P_{2N}（w-w_0），实验结果与理论预期符合。并观测了宏观光子纠缠态的寿命，同样具有一个 2N 增强因子，实验结果与理论预期符合。

关键词 多光子纠缠；量子增强，海森堡量子极限

中图分类号 0431.2 **文献标识码** A

• Quantum enhancement effects of macroscopic quantum entangled states

Kuang Yizhong[1]，Liang Houkun[1]，Li Yang[1]

[1] *College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Sichuan* 610064, *China*;

Abstract The atomic system has reflection symmetry, parity, and atomic stimulated radiation amplified by a parallel plane resonant cavity, can generate macroscopic photons entangled state[4].

$|\Phi^{I}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2NR_K, 0> + |0, 2NL_{-K}>\}$ （a）

$|\Phi^{II}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2NL_K, 0> + |0, 2NR_{-K}>\}$ （b）

(a)(b): It is a quantum entangled state of 2N photons with a certain parity, a total momentum of zero, a certain energy, and a certain angular momentum. Observing (a)(b) in time and space has uncertainty and randomness. According to the Heisenberg uncertainty principle, its energy (frequency) and momentum are completely determined. The measurement accuracy can reach the Heisenberg quantum limit and has a quantum 2N enhancement effect (2N is the number of entangled photons).

The probability distribution P_{2N}（t） of $|\Phi^{I}_{2N}\rangle$ and its fourier transform P_{2N}（w-w_0） were

measured through experiments, and the experimental results were in line with theoretical expectations. And the lifetime of macroscopic photons entangled state was observed, which also has a 2N enhancement factor. The experimental results are consistent with theoretical expectations.

Key words multiphoton entanglement; quantum enhancement; heisenberg quantum limit

OCIS codes 270.3430; 020.1335

I. 引言

H. F 提出产生任意 N 光子数最大纠缠态（偏振纠缠态）的方法[1]具有以下表达式：

$$(\mathrm{NOON})_{DA} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|NR\ ,0> +|\ 0,NL\ \ >\} \qquad (1.1)$$

R---右圆偏振；

L---左圆偏振；

（1.1） 是 N 光子同模偏振纠缠态。

Z. Y OU 提出制备任意 N 光子平移态纠缠态的方法[2]，它具有以下形式：

$$(\mathrm{NOON})_{DA} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|NK,0> +|\ 0,N(-K)>\} \qquad (1.2)$$

K---波矢

Z. Y OU 指出如果让（1.2）表示的光子纠缠态通过分束器进行干涉，如下图，在一个输入端进行可调控的位相调制，并在输出端口观测 N 光子符合计数，$(\mathrm{NOON})_{DA}$ 复合粒子整体态出现的几率，即 N 光子符合计数率：

$$P_N = \frac{1}{2}(1+\cos N\varphi_c) \qquad (1.3)$$

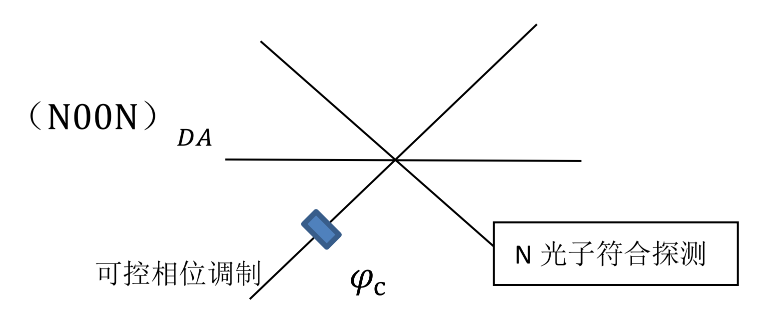


图 1. 光子数最大纠缠态的 N 光子干涉

从（1.3）可知，N 光子干涉进行位相测量精度可以到达海森堡极限：

$$\varphi_c = \frac{1}{N} \quad (1.4)$$

海森堡测不准关系最低极限：

$$\Delta\varphi \cdot \Delta N = 1 \quad (1.5)$$

N 光子纠缠态整体态的有效波长：

$\lambda_D = \frac{\lambda_0}{N}$ ，λ_0为单光子波长。

尽管理论可以制备（N00N）$_{DA}$ N 光子纠缠态，但实验验证仅限于几个光子。M.W Mitchell 等用三光子（3003）$_{DA}$纠缠态在实验上进行了相位的超高分辨率测量，达到了海森堡极限[3]。实验证明纠缠光的量子增强效应与纠缠光子数成正比。

对于 N 光子纠缠态干涉实验，随着 N 增大到宏观量子纠缠态时，N 光子符合计数不可行。

N 光子纠缠干涉实验中引入可控的相位调制，如图 1 所示；根据测不准原理最低极限（1.5），ΔN 完全不确定，位相测量精度可达到海森堡极限 $\Delta\varphi = \frac{1}{N}$ ；因为 $\Delta\varphi = K_0 \cdot \Delta S$，光程差也就完全确定。根据测不准关系，整体态波数完全不确定；ΔS 完全确定，则延时Δt 完

全确定，根据测不准原理，能量和频率完全不确定。

II. 宏观多光子纠缠态

我们使用的 N 光子纠缠态由文献[4]提出的，它具有以下表达式：

（N00N）$_{DA}$ = $|\Phi^{I}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2NR_K, 0> + |0, 2NL_{-K}>\}$ （2.1）

$|\Phi^{II}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2NL_K, 0> + |0, 2NR_{-K}>\}$ （2.2）

$|\Phi^{III}_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|NR_K, NR_{-K}> + |NL_K, NL_{-K}>\}$ （2.3）

纠缠光子数 2N 为偶数，$|\Phi^{I}_{2N}\rangle$，$|\Phi^{II}_{2N}\rangle$为偶宇称；$|\Phi^{I}_{2N}\rangle$ 总自旋角动量为 2Nħ，$|\Phi^{II}_{2N}\rangle$总自旋角动量为-2Nħ。$|\Phi^{III}_{2N}\rangle$为偶宇称，总自旋角动量为零。

R_K----右圆偏振，自旋为 1，波矢 K 沿+Z 方向；

L_K---左圆偏振，自旋为-1，波矢 K 沿+Z 方向；

$\hat{I}|R_K> = |L_{-K}>$ ，$\hat{I}|L_{-K}> = |R_K>$ ，

$\hat{I}|L_K> = |R_{-K}>$ ，$\hat{I}|R_{-K}> = |L_K>$ ，

$\hat{I}$是宇称算符，有两个本征态，本征值为±1，有宇称的态一定是两个互为反射对称态的量子迭加态。

$|\Phi^{I}_{2N}\rangle$，$|\Phi^{II}_{2N}\rangle$，$|\Phi^{III}_{2N}\rangle$是由有对称结构沿光轴两个相反方向输出的单模 He-Ne 激光器产生的。对于原子系统，量子力学已证明能量算符与宇称算符可对易、角动量算符与宇称算符可对易，有宇称的态有确定的能量和角动量。能量、角动量、宇称可以完全描述光子的态。能量、角动量、宇称是守恒量。

Ne 原子 $3S_2$->$2P_4$自发辐射，$3S_2$是奇宇称，$2P_4$是偶宇称，自发辐射

宇称守恒。自发辐射单光子角动量为-1，由此可以确定单光子态具有以下表达式：

$$|\Psi_1> = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|L_K> - |R_{-K}>\} \qquad (2.4)$$

$|\Psi_1>$经激光谐振腔反馈诱发受激辐射，原子受激辐射宇称守恒、角动量守恒；受激辐射的两光子态有奇宇称，有确定自旋角动量，由此唯一确定两光子态具有以下形式：

$$|\Phi_2^{II}> = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2L_K, 0> + |0, 2R_{-K}>\} \qquad (2.5)$$

（2.5）在谐振腔镜反射一次，转化为（2.6）

$$|\Phi_2^{I}> = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|2R_K, 0> + |0, 2L_{-K}>\} \qquad (2.6)$$

受激辐射，光子与原子相互作用，导致两光子有相互作用，它不能分解为两个独立光子的直积态，所以（2.5）（2.6）是两光子纠缠态。（2.6）两光子纠缠态诱发 2 个 Ne 原子受激吸收，同时使两个 Ne 原子发生纠缠。（2.5）两光子纠缠态在谐振腔来回传播一次，诱发两个纠缠 Ne 原子受激辐射，产生 4 光子纠缠$\frac{1}{\sqrt{2}}\{|4L_K, 0> + |0, 4R_{-K}>\}$；继续这个过程，谐振腔内，纠缠光子与纠缠原子相互作用，不断放大，直到产生稳定的宏观纠缠光子与宏观纠缠 Ne 原子。经谐振腔两端镜耦合输出宏观纠缠光，纠缠光子有相互作用。

纠缠原子很难用实验直接观测，但纠缠原子受激辐射的纠缠光的光谱可由实验直接观测；纠缠光的光谱携带了纠缠 Ne 原子的信息，可以从纠缠光谱反演获取纠缠原子电子态的量子性质。

III．2N 光子纠缠态的性质

（1）由于谐振腔内纠缠光子与纠缠原子相互作用，使纠缠光子有相互作用。

（2）$|\Phi_{2N}^{I}>$有反射对称，有宇称；能量、角动量、宇称守恒。

（3）$|\Phi_{2N}^{I}>$有旋转对称，角动量守恒，有相位不变性（旋转只是整体态有相移），不改变整体态的量子性质。

（4）$|\Phi_{2N}^{I}>$量子迭加纠缠态有 1/2 几率随机跳变到$|2NR_K,0>$或$|0,2NL_{-K}>$，不停地在两个组态跳来跳去，同时处于量子迭加态的时间、位置完全不确定。这正是波粒二象性的产物，并可由实验观测。

由于$|\Phi_{2N}^{I}>$，$|\Phi_{2N}^{II}>$有宇称，总动量为零，动量相关，动量完全确定。根据海森堡测不准原理，位置完全不确定，但位置差完全确定，位置相关，能量、频率完全确定；时间完全不确定，但时间差完全确定，时间是相关的。

如果观测粒子性，能量、角动量、宇称是守恒量；如果观测它的波动性，将$|\Phi_{2N}^{I}>$整体态送入干涉仪，干涉几率图的位相完全确定，时间、位置也都完全确定；但是能量、角动量、光子数完全不确定。在测量前，不能预测$|\Phi_{2N}^{I}>$处于何种状态，$|\Phi_{2N}^{I}>$是纠缠光子的自旋波函数。由于光子纠缠态的轨道角动量为零，一般的角动量波函数简化为自旋波函数。再加上光子纠缠态有宇称，自旋波函数进一步简化为$|\Phi_{2N}^{I}>$的简单形式。

IV．实验观测宏观光子纠缠态整体态的几率

宏观光子纠缠态：

$$|\Phi_{2N}^{I}> = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{|2NR_K,0>+|0,2NL_{-K}>\right\}$$

$2N = 4.4474 \times 10^{11}$

观测宏观量子纠缠态整体态几率的实验设置如下图：

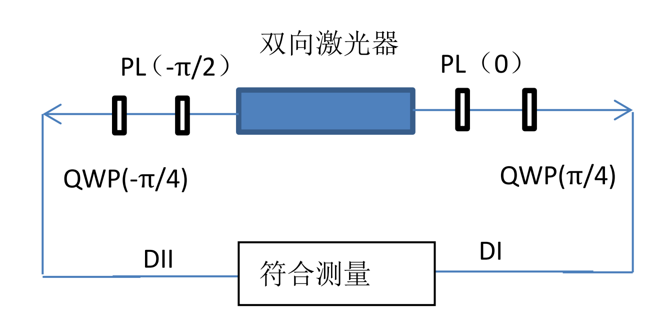


图 2：宏观纠缠态整体态几率观测实验设置

两个探测器设置满足反射对称的条件。即，探测器 DI 沿激光轴（Z 轴正方向Z_0处），探测器 DII 设置沿 Z 轴负方向$-Z_0$处。纠缠光子动量方向平行于 Z 轴。

实验观测时间 4500 秒，$|\Phi^{I}_{2N}>$整体态的几率图参见图 3

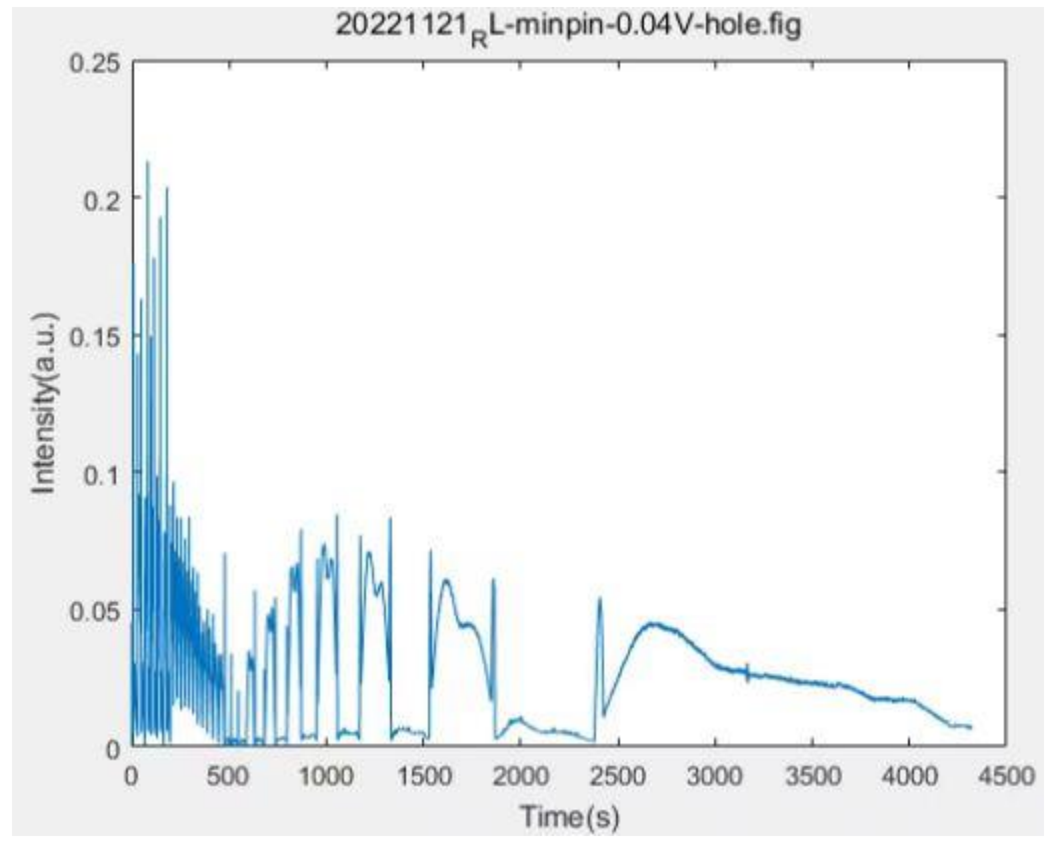


图 3：（a）$|\Phi^{I}_{2N}>$整体态的几率图样

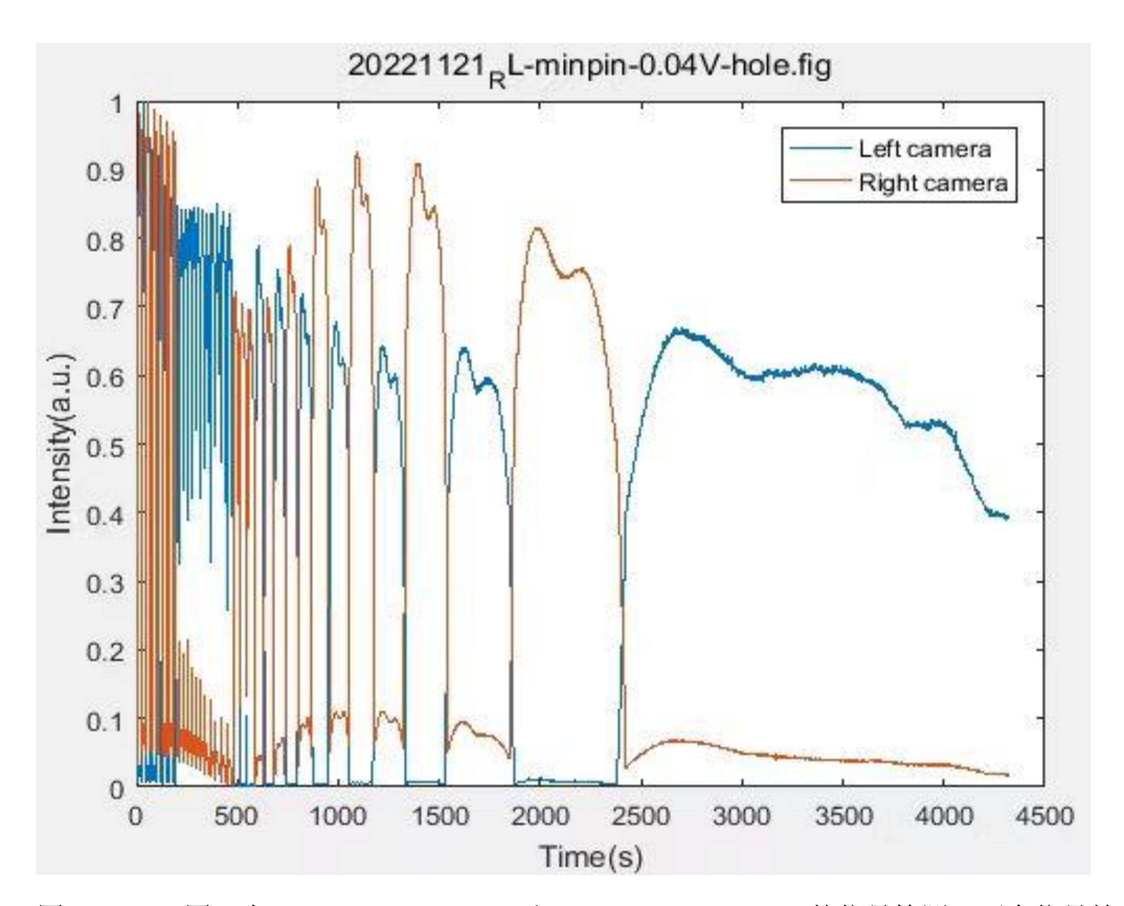


图 3：（b）图 2 中 DI（Right Camera）和 DII（left camera）的信号检测。两个信号符合测量（相乘后归一化）得到图 3，（a）

$|\ \Phi^{I}_{2N}>$整体态的几率：

$$P_{2N}=|\ \Phi^{I}_{2N}\ |^2 \qquad (4.1)$$

几率图显示：

（1）当实验观测时间大于 2410.9 秒，整体态几率图消失。我们观测的是两个组态$|\ 2NR_K,0>$ ，$|\ 0,2NL_{-K}>$同时处于量子迭加态---整体态出现的几率，这可以判定宏观纠缠光子态已退相干为经典光。因此可将这个时间确定为$|\ \Phi^{I}_{2N}>$纠缠光整体态的寿命。

$\tau_{寿命}$ = 2.4109 X 10^3秒 （4.2）

纠缠光的寿命源于纠缠原子的寿命，即实验同时确定了纠缠原

子的寿命。$\frac{1}{\tau_{寿命}}$也是纠缠 Ne 原子受激辐射的几率。

根据量子力学测不准关系最低极限：

$\tau_{寿命} \cdot \Delta w = 1$ （4.3）

$\Delta w = \frac{1}{\tau_{寿命}} = \frac{1}{2.4109 X 10^{3}} = 4.1478 X \ 10^{-4}$ Hz （4.4）

Δw ----宏观光子纠缠态整体态的频率宽度。

（高端激光器的频率宽度$10^{3} \sim 10^{4}$ Hz）。

对几率图 3 作时域傅里叶变换，得到频域的几率 P（$w\text{-}w_{0}$），如图 4：

这是纠缠 Ne 原子受激辐射纠缠光频谱，根据这个光谱图确定的频率宽度与测不准关系确定的频率宽度基本一致。

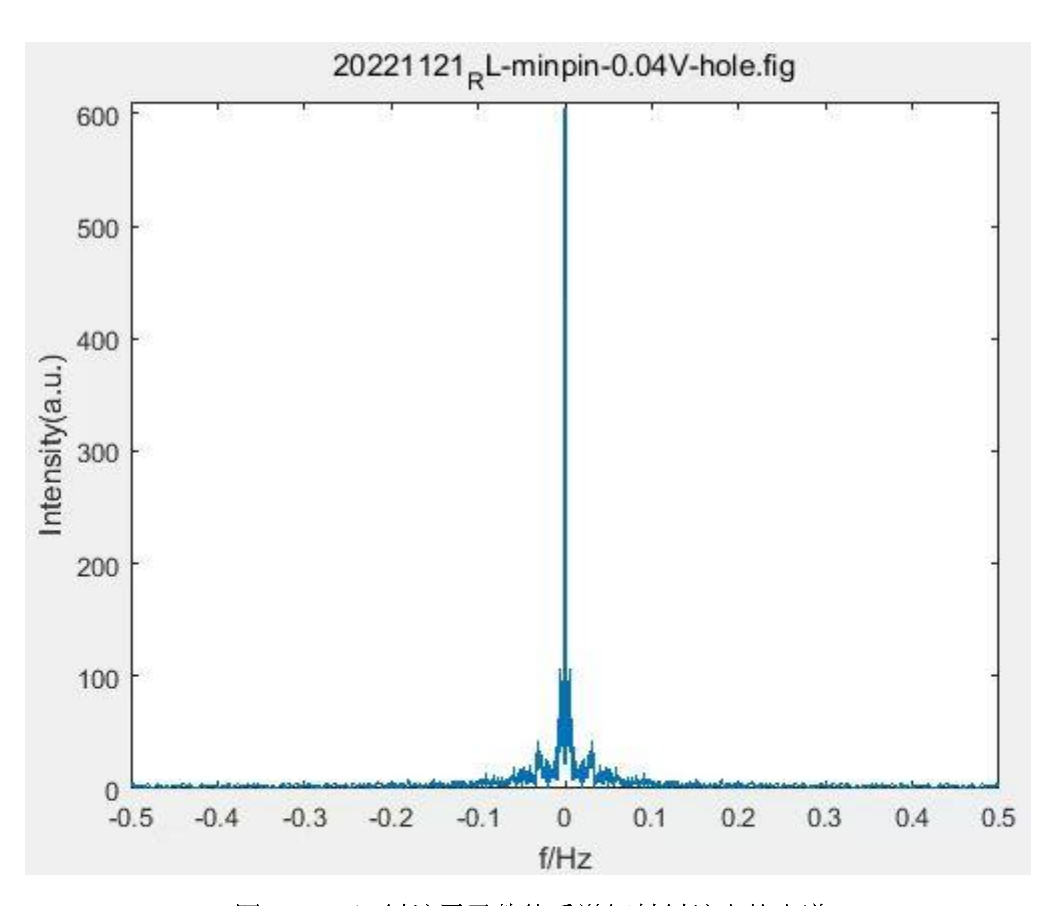


图 4：（a）纠缠原子整体受激辐射纠缠光的光谱

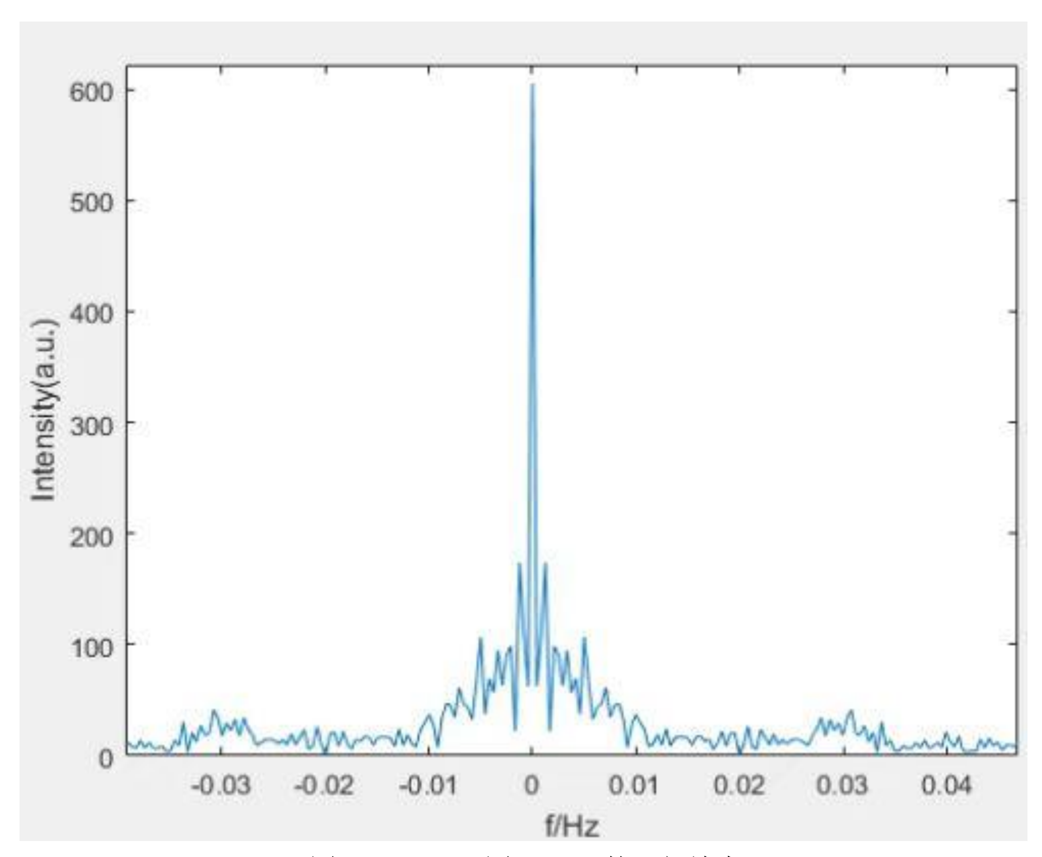


图 4：（b），图 4（a）的局部放大

宏观纠缠光的空间寿命：

$L_{寿命} = C \cdot \tau_{寿命} = 7.2276 \times 10^{13}$ cm

（C=2.9979 X 10^{10} cm·s^{-1}）

当$|2NR_K, 0>$，$|0, 2NL_{-K}>$的空间距离大于$L_{寿命}$，退相干为经典态。

根据量子力学测不准关系最低极限：

$\Delta K \cdot L_{寿命} = 1$，则$\Delta K = 1/L_{寿命} = 1.3836 \times 10^{-14}\ cm^{-1}$

ΔK----宏观光子纠缠态整体态波数宽度。

宏观光子纠缠态$|\Phi^{I}_{2N}>$总动量为零，总动量完全确定，根据测不准关系，位置完全不确定。$|\Phi^{I}_{2N}>$有反射对称，位置虽然完全不确定，但位置差确定，位置有相关性，能在$L_{寿命}$范围内观

测到。

V. 实验结果及讨论

（1） 宏观纠缠光子数：2N = 4.4474 X 10^{11}

（2） 宏观光子纠缠态平均寿命：$\tau_{寿命}$ = 2.4109 X 10^{3}秒。单光子迭加态的平均寿命：$\tau_{单光子} = \frac{\tau_{寿命}}{2N}$ =5.4209 X 10^{-9}秒。He-Ne 激光自然寿命（即自发辐射单光子迭加态的寿命）$\tau_{自然}$ = 7.9592 X 10^{-9}秒。宏观纠缠光的平均寿命接近 He-Ne 激光自然寿命的 2N 倍。

（3） 宏观纠缠光子频率宽度：$\Delta w = \frac{1}{\tau_{寿命}}$ =4.1478 X 10^{-4} Hz 接近自然线宽的$\frac{1}{2N}$倍

（4） 宏观纠缠光子的空间平均寿命、波数宽度：$L_{寿命}$ = 7.2276 X 10^{13} cm，ΔK = 1/ $L_{寿命}$ =1.3836 X 10^{-14} cm^{-1}，接近单光子波数宽度的$\frac{1}{2N}$倍

宏观纠缠光的平均寿命、频率宽度、波数宽度与单光子相应数值之比都出现一个量子增强因子 2N；纠缠光频率、波数测量精度达到海森堡极限。这些量子增强效应没有经典类比。

（5） 宏观纠缠光超长寿命并与纠缠光子数成正比，有强大抗退相干能力，可用作物理量子比特（现有超导干涉仪磁通量子比特的寿命约为 20 微妙），有很大的操作时间和空间。可检验遥远距离的纠缠光的相互作用和相关性。宏观纠缠光空间超长寿命，可实现信息远距离安全、可

靠的传输。

（6） 宏观纠缠光携带了宏观纠缠 Ne 原子的相关信息。可得出纠缠 Ne 原子的寿命、频率宽度。频率测量精度也都有与纠缠原子数相关的量子增强效应。

（7） 谐振腔内纠缠光子与纠缠原子相互作用，使纠缠光子有相互作用。光子很难相互作用，使光子发生相互作用的其它方案都很复杂。光子有相互作用，对量子信息处理、量子计算很重要（量子计算中实现受控非门、受控相移门操作的前提就是光子必须有相互作用）。

[1]H.F. Hofmann Generation of highly non-classical n-photon polarization states by super-bunching at a photon bottleneck
[2]Z.Y. Ou Multi-photon interference and Temporal Distinguishability of photons
[3]M.W. Mitchell, etc. Super-resolving phase measurements with a multi-photon entangled state
[4] 匡一中.(2023).具有反射对称性物质受激辐射产生多光子纠缠态. CSTR:32003.36.ChinaXiv.202306.00668.V1